KATEDRA MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
POLITECHNIKA OPOLSKA

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE EKSPERYMENTU

Instrukcja do ćwiczeń laboratoryjnych

Analiza drgań belki utwierdzonej na podstawie pomiarów z zastosowaniem tensometrii elektrooporowej.

Opracował: Dr inż. Roland Pawliczek

Opole 2017

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z techniką pomiarów odkształceń z zastosowaniem tensometrów elektrooporowych z zastosowaniem do analizy drgań elementów konstrukcyjnych.

Zakres ćwiczenia obejmuje przygotowanie toru pomiaru odkształceń dla utwierdzonego pręta oraz opracowanie programu do akwizycji i przetwarzania wyników pomiaru.

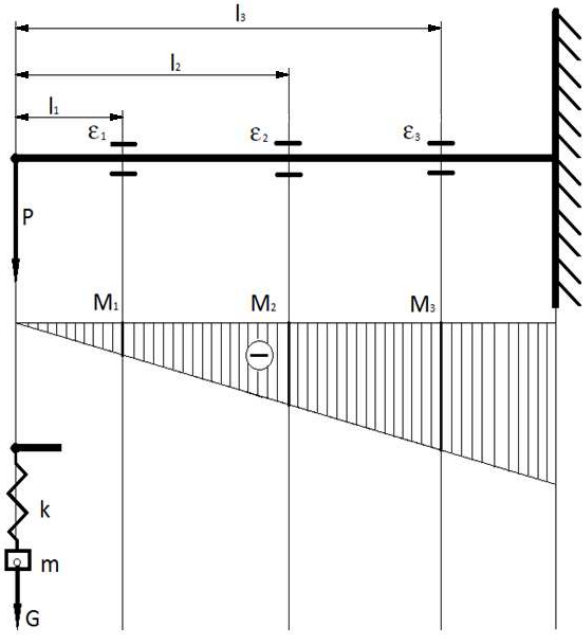
2. Obiekt badań.

Stanowisko umożliwia badanie odkształceń w belkach utwierdzonych jednostronnie. Analiza odbywa się na pręcie pryzmatycznym, o przekroju kwadratowym, którego długość boku wynosi 10 mm, wykonanym ze stali konstrukcyjnej St03. Długość odcinka wystającego poza uchwyt wynosi 586 mm. Pręt zamocowany jest w uchwycie wykonanym z profilu kwadratowego o długości boku 20 mm, połączenia całej konstrukcji wykonane są poprzez spawanie.

Na górnej powierzchni pręta oraz na dolnej powierzchni zostały przyklejone tensometry, które służą do odczytu odkształceń powstających w zewnętrznych warstwach zginanego pręta.

Pomiary odkształceń są wykonywane w trzech miejscach na całej długości pręta. Całkowita jego długość wynosi 586 mm, od utwierdzenia do końca, natomiast tensometry są rozmieszczone od swobodnego końca w odległościach 200 mm pierwszy, drugi 350 mm i trzeci 500 mm. W odległości 15 mm i 65 mm od końca zostały wykonane otwory, służące do zawieszania ciężarków (obciążenia) na badanym pręcie.

przekrój: $a^x a$=10mm ^{x}10mm
l=586 mm
l_1=190 mm, l_2=335 mm, l_3=485 mm,
m=0,5 kg



Rys. 1. Obiekt badań

W zakresie liniowo-sprężystym obliczanie naprężenia na podstawie zmierzonych odkształceń odbywa się na pomocą zależności

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{E} \quad \rightarrow \quad \sigma_i = E \cdot \varepsilon_i \tag{1}$$

gdzie:
E - moduł Younga (dla stali wynosi E=2,1*10^5 MPa),
ε_i - odkształcenie,
σ_i - naprężenie normalne [MPa].

Naprężenia normalne występujące w dowolnym miejscu belki wylicza się ze wzoru:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_x} = \frac{M_i}{\frac{a^3}{6}} = 6\frac{M_i}{a^3} \qquad \rightarrow \qquad M_i = \frac{1}{6}a^3\sigma_i \tag{2}$$

gdzie:

M_i -moment gnący [Nm],

W_x - wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie(dla przekroju kwadratowego wynosi $W_x = \frac{a^3}{6}$),

a – długość boku przekroju poprzecznego [m].

Moment gnący wylicza się ze wzoru

$$M_i = Pl_i \rightarrow P = \frac{M_i}{l_i} \tag{3}$$

gdzie:

P - siła oddziałująca na belkę [N].

Siłą działającą na belkę jest ciężar

$$P = mg \tag{4}$$

gdzie:

P - ciężar działający na belkę[N],

g – przyspieszenie ziemskie [m/s^2],

m - masa zawieszonego ciężaru [kg].

Strzałka gięcia swobodnego końca belki wynosi:

$$f = \frac{Pl^3}{3E} \tag{5}$$

gdzie:

f - strzałka ugięcia belki,

J - moment bezwładności poprzecznego przekroju belki względem osi obojętnej [m^4],

l - długość belki [m],

E – moduł Younga [MPa]

G – siła obciążająca belkę [N].

Częstotliwość drgań własnych belki można wyznaczyć analitycznie ze wzoru:

$$\nu = \frac{\alpha_n^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EJ}{\rho A}} \tag{6}$$

gdzie:

n - numer częstotliwości,

$\alpha_1 = 1.875$, $\alpha_2 = 4.694$, $\alpha_n = (n-0.5)\boldsymbol{\pi}$ dla n = 3,4,…,∞,

l - długość belki,

E - moduł Younga,

J - moment bezwładności przekroju,

ρ - gęstość materiału 7850 [kg/m^3],

A - pole przekroju poprzecznego.

3. Drgania tłumione.

Drganie pod wpływem siły sprężystej i siły tłumiącej, która dla małych prędkości jest proporcjonalna do prędkości ciała i przeciwnie do tej prędkości skierowana, jest opisane za pomocą równania:

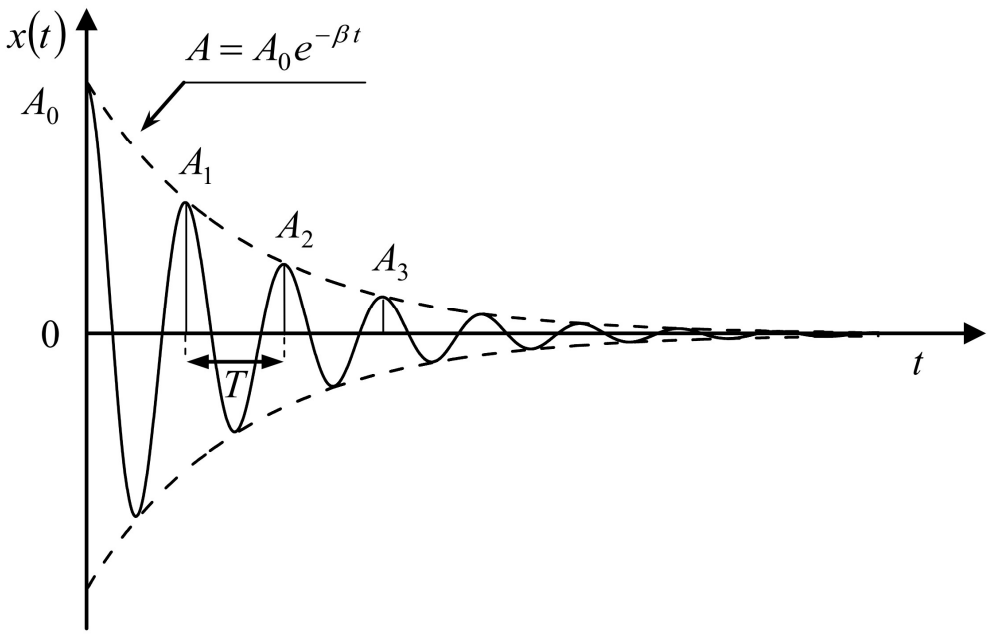
$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + 2\beta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0{}^2 x = 0 \tag{7}$$

gdzie: ω_0 – częstość kołowa drgań własnych, β – współczynnik tłumienia układu.
Rozwiązaniem równania (7) jest funkcja przemieszczenia x(t) w postaci (Rys.3)

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \tag{8}$$

gdzie: ω – częstość kołowa drgań tłumionych.
Obwiednia ekstremalnych wychyleń ruchu drgającego przedstawia zmianę amplitudy drgań i opisana jest wzorem

$$A = A_0 e^{-\beta t} \tag{9}$$

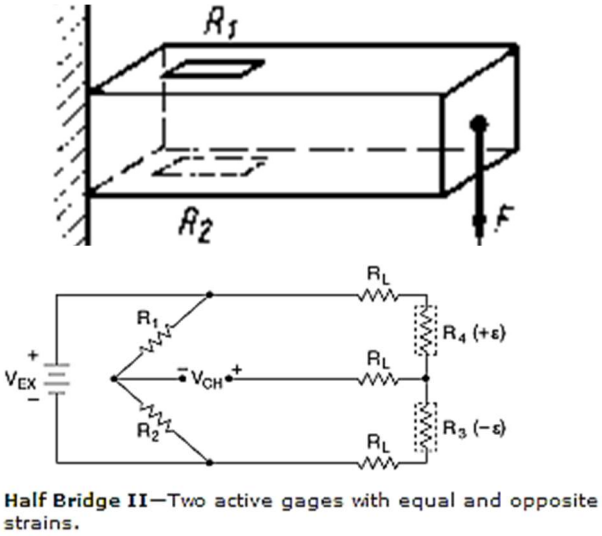


Rys. 2. Tłumienie drgań harmonicznych

4. Pomiar odkształceń.

Oceny drgań układu można dokonać poprzez analizę odkształceń na powierzchni belki. Do pomiaru odkształceń zastosowano 4-kanałowy wzmacniacz tensometryczny NI USB 9237 (Rys.3).
W badanym przekroju zastosowano tensometry foliowe w układzie półmostka w konfiguracji z dwoma tensometrami czynnymi do pomiaru odkształceń przy zginaniu z kompensacją temperatury (Rys.4).

Zastosowano tensometry TENMEX TF-5/120: rezystancja R=120±0,2%, stała tensometru k=2,15.



Rys. 3. Wzmacniacz tensometryczny i konfiguracja czujników tensometrycznych.

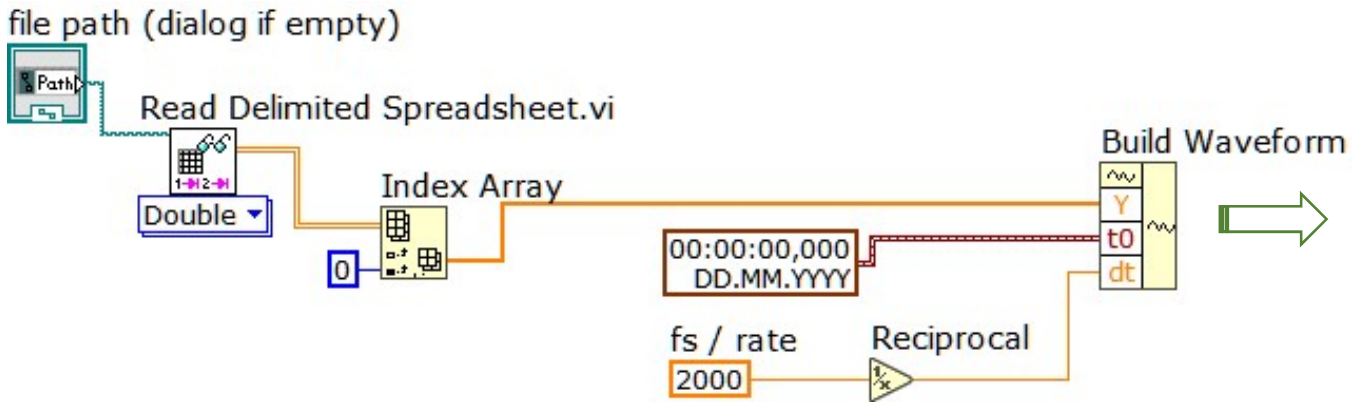
5. Analiza odpowiedzi impulsowej/skokowej.

W celu określenia częstotliwości drgań układu oraz współczynnika tłumienia można wykorzystać zarówno odpowiedź impulsową jak i skokową układu. Algorytm przetwarzania zarejestrowanych drgań układu przebiega według algorytmu:

I. Pomiar/wczytanie odkształceń układu drgającego.
II. Filtrowanie.
III. Weryfikacja zakresu danych do przetwarzania.
IV. Usunięcie trendu/normalizowanie.
V. Detekcja wartości ekstremalnych.
VI. Wyznaczenie równania krzywej tłumienia.
VII. Wyznaczenie częstotliwości drgań tłumionych i drgań własnych

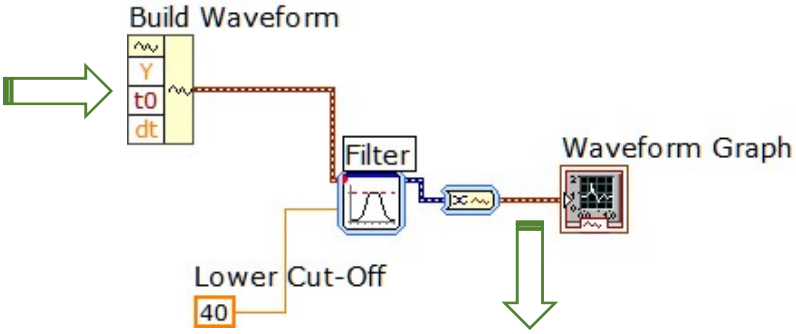
I. Wczytanie odkształceń układu drgającego.

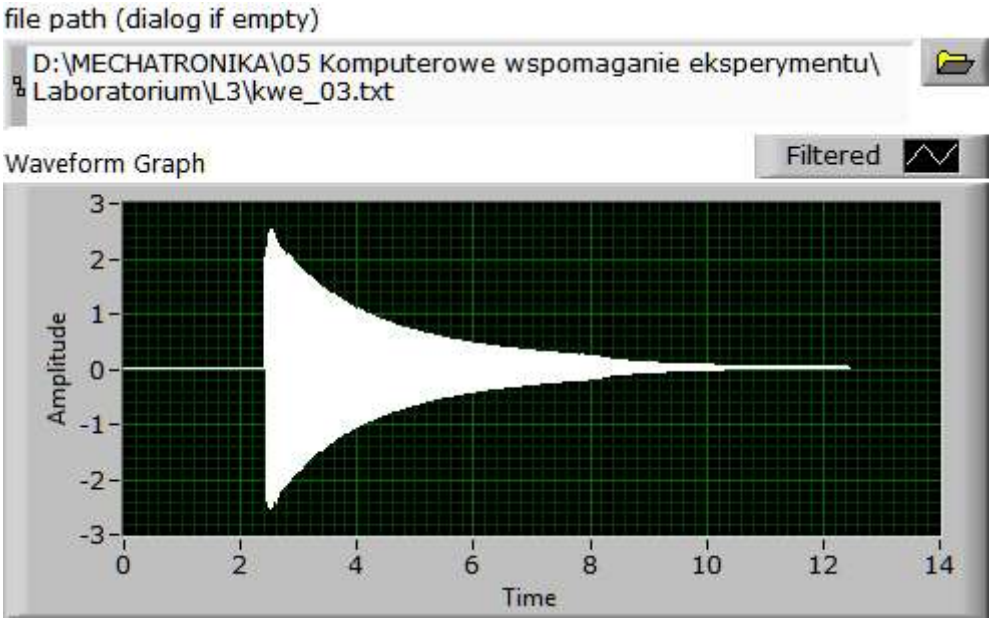
Wczytanie danych zapisanych w postaci pliku TXT (kwe_03.txt → dane zapisane w kolumnie).
Dane w postaci tablicy należy przekształcić do typu **Waveform(Y-dane, t0-czas początkowy,dt-krok czasowy)**.
Tablica zawiera zarejestrowane odkształcenia przy częstotliwości próbkowania f_s=2kHz → dt=1/fs.



II. Filtrowanie.

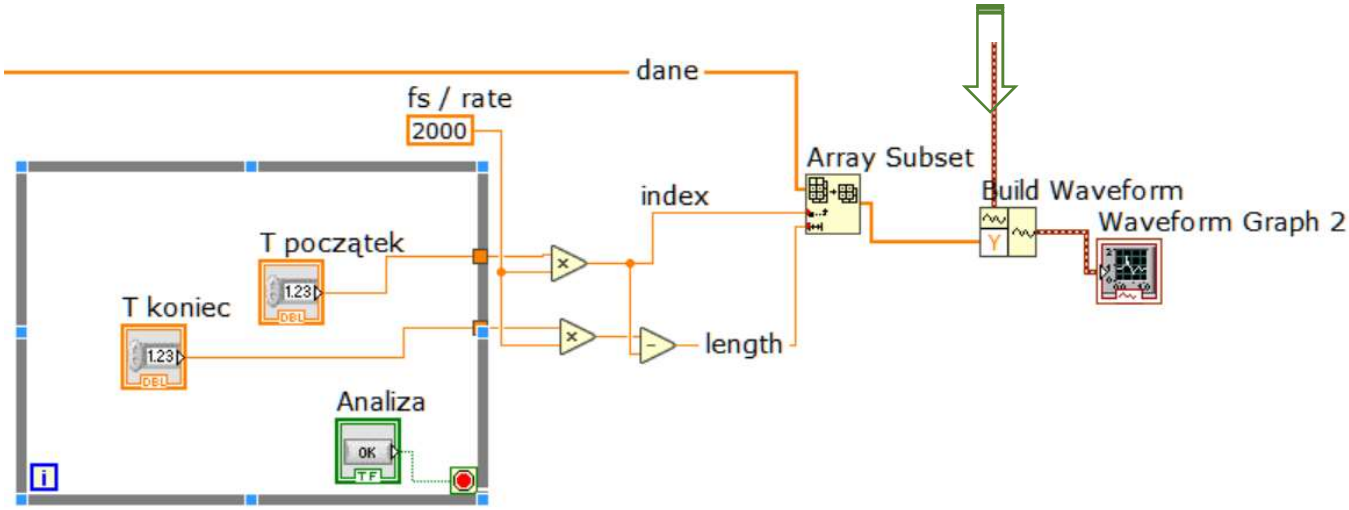
Filtrowanie ma na celu usunięcie zakłóceń. W założeniu przyjęto, że zastosowany zostanie filtr dolnoprzepustowy Butherwortha o częstotliwości odcięcia f=40Hz. Wstępnie przetworzone dane można wyświetlić na wykresie typu Waveform Graph.





III. Weryfikacja zakresu danych do przetwarzania.

Zarejestrowane dane w całości nie nadają się do oceny krzywej tłumienia. Należy określić granice danych do analizy → wyciąć właściwą część wykresu.



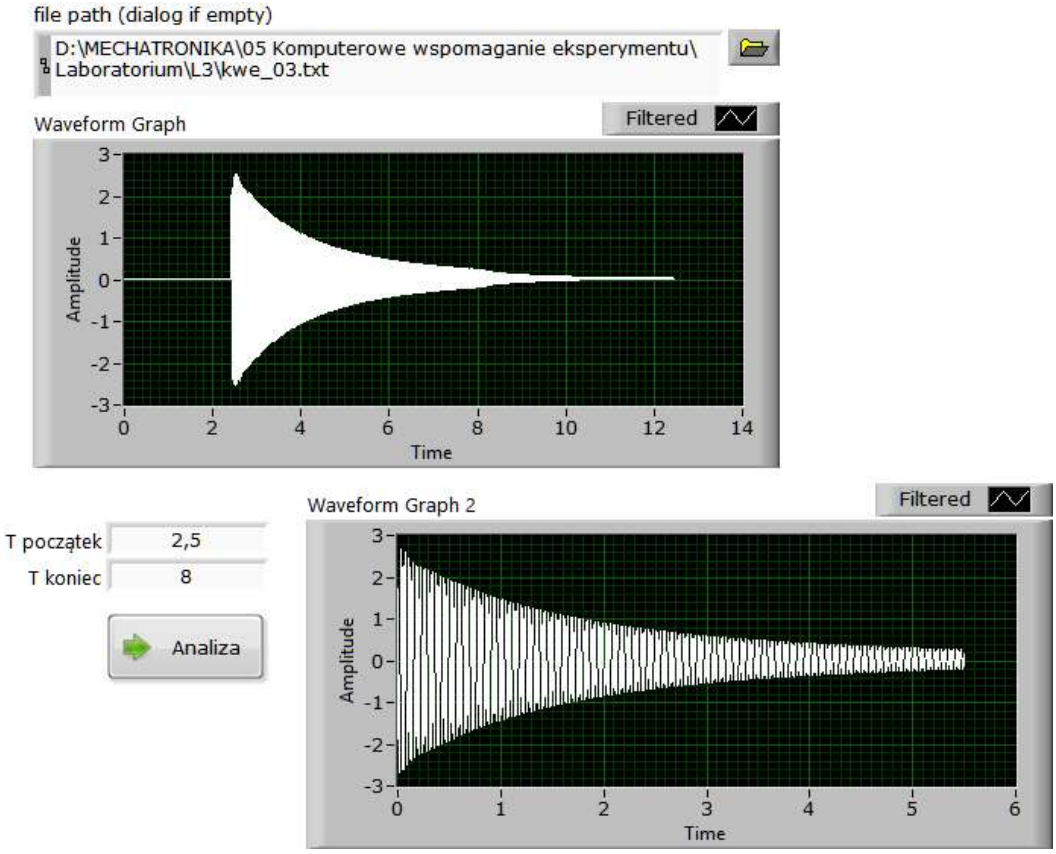
Za pomocą kontrolek **Tpoczątek Tkoniec** można określić odcinek czasowy wykresu do dalszej analizy :

Index=Tpoczątek*fs

Length=Tkoniec*fs

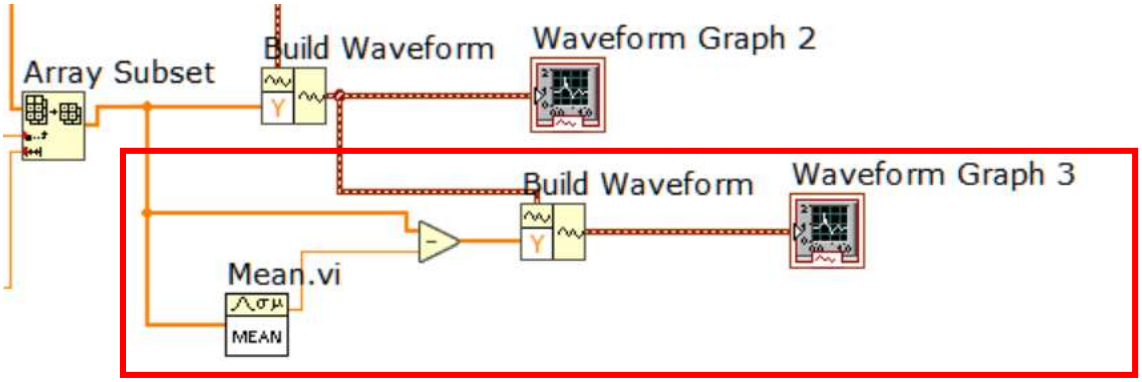
Parametry te są używane do konfiguracji funkcji **Array Subset** wycinającej z tablicy dane od pozycji **Index** i długości **Length.** Za pomocą funkcji **Build Waveform** można zamienić pakiet danych wejściowych na wycięte do dalszej analizy.

Zastosowanie pętli While Loop pozwoli na wstrzymanie pracy programu do momentu określenia odpowiednich chwil czasowych.



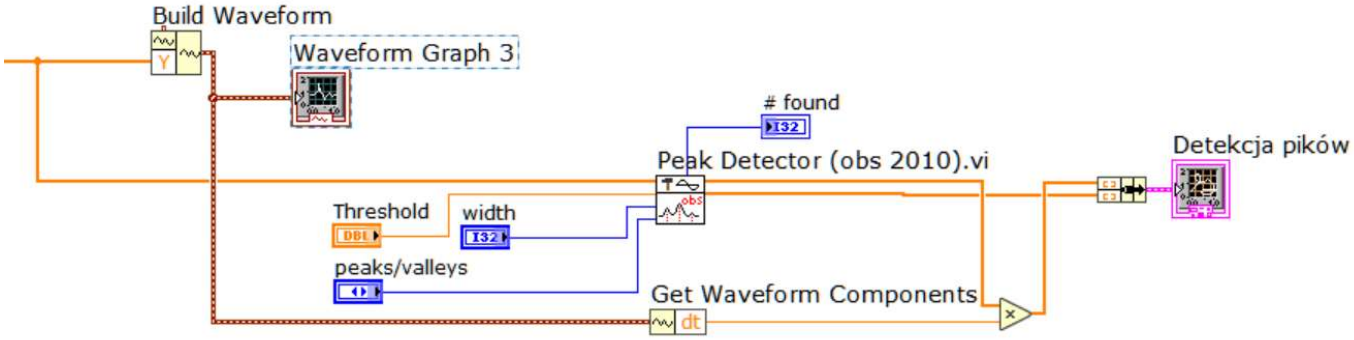
IV. Usunięcie trendu/normalizowanie.

Usunięcie trendu ma na celu sprowadzenie wykresu do symetrycznego względem osi y.



V. Detekcja wartości ekstremalnych.

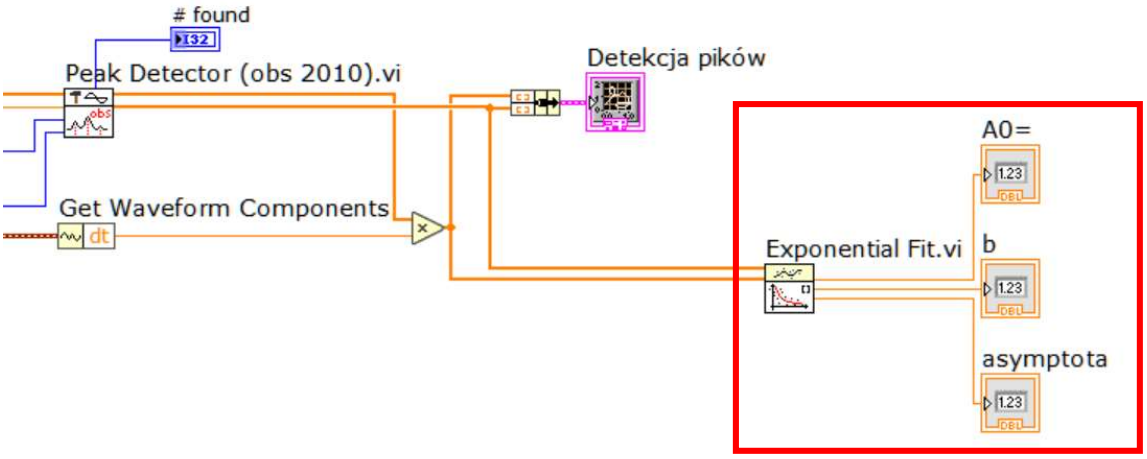
Wykrywanie plików jest podstawą do wyznaczenia punktów na podstawie których będzie określony współczynnik tłumienia układu.

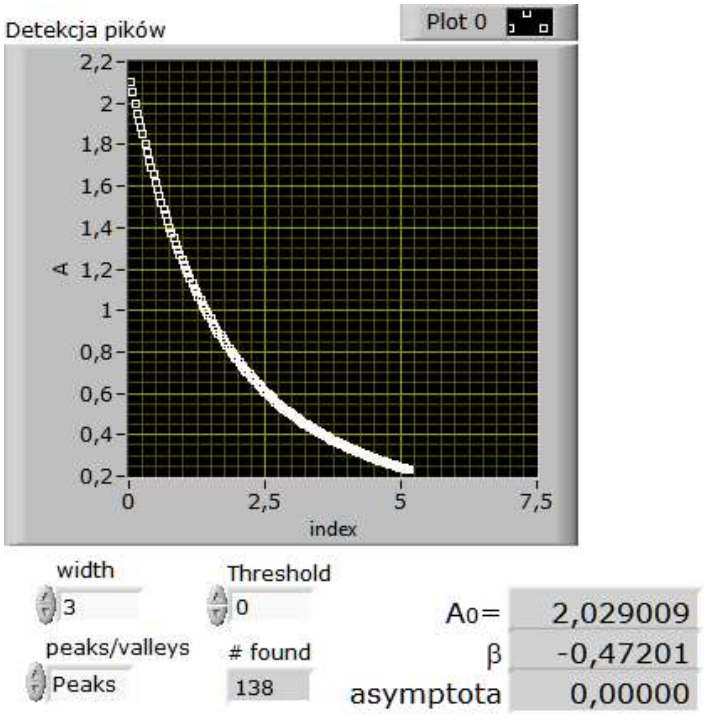


Za pomocą kontrolek **Threshold, Width Peak/Valleys** można sterować funkcją **PeakDetector**.

VI. Wyznaczenie równania krzywej tłumienia.

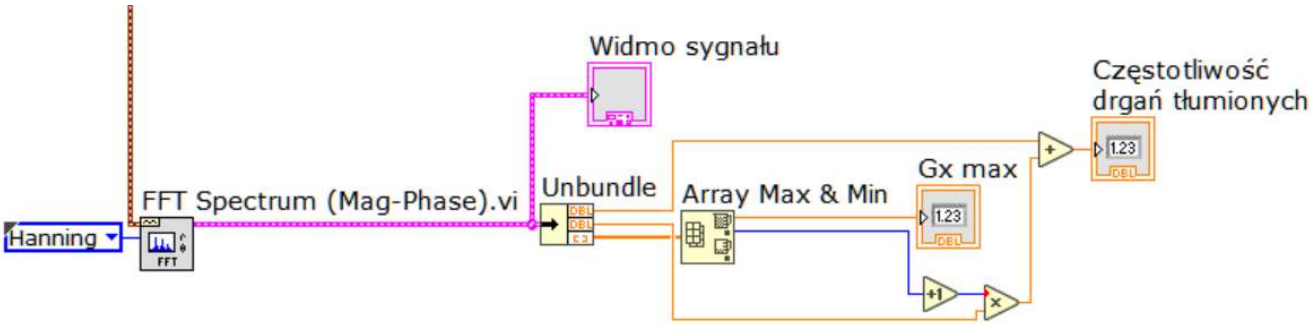
Za pomocą funkcji aproksymacji **Exponential Fit** wyznaczono wartości współczynników krzywej aproksymującej.

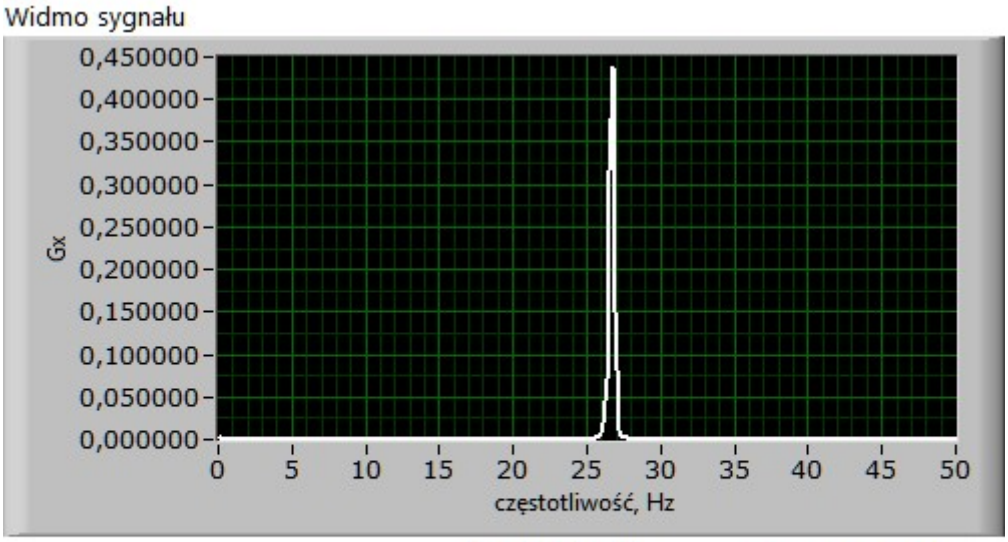




VII. Wyznaczenie częstotliwości drgań tłumionych i drgań własnych

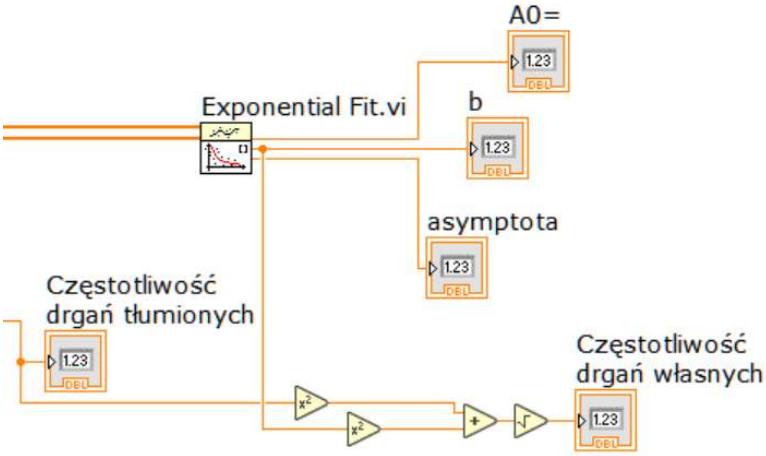
W celu wyznaczenia częstotliwości drgań tłumionych zastosowano przekształcenie FFT przebiegu poddanego detekcji pików.





Gx max	Częstotliwość drgań tłumionych	Częstotliwość drgań własnych
0,437354	26,9	26,93

Obliczenie częstotliwości drgań własnych odbywa się z zastosowaniem wzoru (8):



$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

Literatura:

[1.] D. Świsulski, Przykłady cyfrowego przetwarzania sygnałów w LabVIEW, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2014

[2.] Przewodniki i dokumentacja National Instruments (www.ni.com)