KATEDRA MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
POLITECHNIKA OPOLSKA

MECHATRONIKA

Instrukcja do ćwiczeń laboratoryjnych

Charakterystyki dynamiczne układów mechanicznych. Obiekt rzędu pierwszego.

Opracował: Dr inż. Roland Pawliczek

Opole 2016

1. CEL ĆWICZENIA

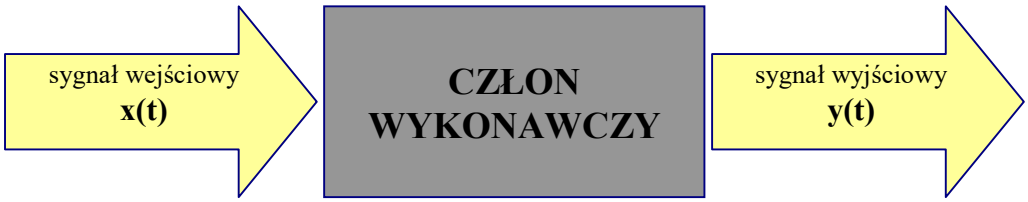
Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zachowaniem podstawowych elementów układów mechatronicznych w odpowiedzi na zadane wymuszenie. Zakres ćwiczenia obejmuje modelowanie z wykorzystaniem funkcji transmitancji obiektu oraz badanie odpowiedzi układów pierwszego rzędu (PT1) na skok jednostkowy i wymuszenie o przebiegu sinusoidalnym.

2. MODEL ELEMENTU ROBOCZEGO UKŁADU MECHATRONICZNEGO

Elementy systemu mechatronicznego realizują proces, podczas którego wykonywane są odpowiednie ruchy elementów roboczych. Wielkością charakteryzującą rezultat procesu jest wielkość wyjściowa, która mierzona za pomocą czujników jest przedstawiana jako sygnał wyjściowy. Układ sterowania dąży do tego, by sygnał wyjściowy jak najbardziej odzwierciedlał sygnał wejściowy (wielkość zadaną). Każdy człon wykonawczy cechuje się jednak pewnymi własnościami, które różnicują zachowanie się elementów w obecności określonych sygnałów nastawczych: różne są czasy reakcji, występuje tłumienie lub bezwładność. Wszystkie te parametry powodują, że istotnym jest poznanie zachowania się elementu roboczego dla różnych atrybutów sygnału wymuszającego – określane są tzw. charakterystyki dynamiczne.

Mając na uwadze fakt, że parametry obiektu są zależne od czasu, określa się ich matematyczny opis. Najczęściej do opisu matematycznego obiektu wykorzystuje się ***równania różniczkowe***. Określenie matematycznego modelu układu pozwala na zbadanie jego charakterystyk i zachowania się poprzez wykorzystanie metod symulacji komputerowej.

Wykonanie zadania przez człon wykonawczy może być przedstawione schematycznie jak na Rys. 1. Cel zadania jest określony poprzez sygnał wejściowy x(t), zaś rezultat poprzez sygnał wyjściowy y(t).



Rys.1 Realizacja procesu przez człon wykonawczy

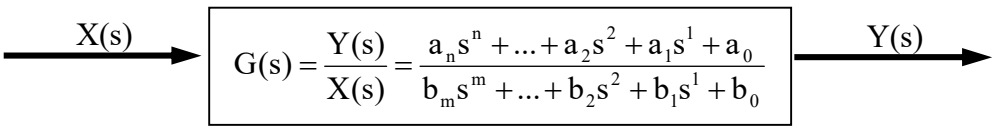
Sygnał wyjściowy zwykle nie jest idealnym odzwierciedleniem sygnału wejściowego. Zmiany te mogą być przedstawione za pomocą pewnej funkcji:

$$y(t) = g(t)x(t) \Rightarrow g(t) = \frac{y(t)}{x(t)} \tag{1}$$

Funkcja g(t) określa zależność pomiędzy sygnałem wyjściowym i wejściowym. Mając na uwadze, że sygnały zwykle opisywane są za pomocą równań różniczkowych w analizie i symulacji układów mechatronicznych stosuje się zapis z wykorzystaniem operatora Laplace`a (przekształcenie Laplace`a) i wtedy funkcja w postaci

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{2}$$

nazywana jest transmitancją obiektu (członu wykonawczego). Transmitancję obiektu zapisuje się jako ułamek, dla którego określa się licznik (*Numerator*) i mianowniki (*Denominator*).
Jeżeli znana jest transmitancja obiekt może być przedstawiony w postaci jak na Rys. 2.

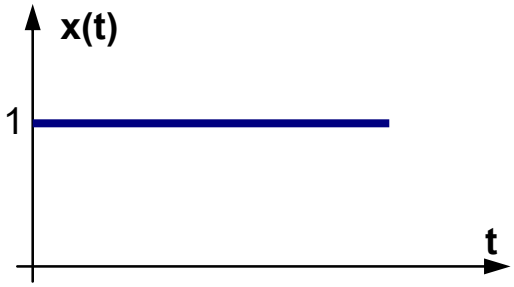


Rys. 2. Model symulacyjny obiektu

3. SYGNAŁ WEJŚCIOWY

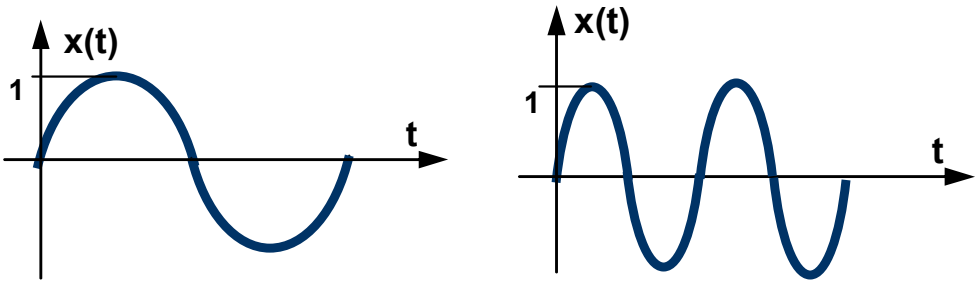
W celu zbadania i określenia charakterystyk dynamicznych obiektu stosuje się dwa rodzaje sygnału wejściowego:

- *skok jednostkowy* (Rys. 3.) – polega na podaniu na wejście obiektu w pewnej chwili czasu t=0 impulsu o stałej wartości (najczęściej 1). Za pomocą takiego sygnału możliwe jest określenie sposobu reakcji obiektu na pojawiające się zmiany sygnału wejściowego. Reakcja obiektu na wymuszenie skokowe nazywana jest *odpowiedzią skokową*.



Rys. 3. Wymuszenie skokowe jednostkowe

- *wymuszenie sinusoidalne* (Rys. 4.) – polega na podaniu na wejście obiektu sygnału o przebiegu sinusoidalnym o określonej amplitudzie i częstotliwości. Poprzez zmianę częstotliwości można określić zachowanie się obiektu dla zmiany dynamiki sygnału wejściowego w odniesieniu do tzw. częstości granicznej ω_0 (sprzęgającej), która parametrem charakterystycznym dla danego obiektu.



Rys. 4. Wymuszenie sinusoidalne

4. OPIS OBIEKTÓW UKŁADU MECHATRONICZNEGO

W zależności od postaci równania opisującego obiekt wyróżnia się obiekty ze względu na ich rząd. O rzędzie decyduje stopień równania różniczkowego opisującego badany element.

4.1. Obiekt rzędu zerowego

Obiekty tego typu opisywane są za pomocą równania liniowego w postaci **y(t) = k x(t)**, w którym współczynnik **k** stanowi wzmocnienie sygnału przez obiekt. Funkcja transmitancji jest określona jako

$$G(s) = k. \tag{3}$$

Obiektami tego typu są np. potencjometry, prądnice tachometryczne.

4.2. Obiekt rzędu pierwszego (PT_1)

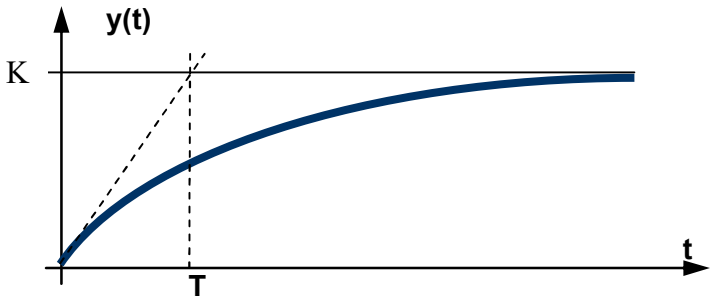
Obiekty tego typu opisywane są za pomocą równania różniczkowego w postaci

$$T\frac{dy}{dt} + y(t) = kx(t)\,, \tag{4}$$

gdzie T jest stałą czasową obiektu (T>0). Funkcja transmitancji jest określona jako

$$G(s) = \frac{k}{Ts+1}\,. \tag{5}$$

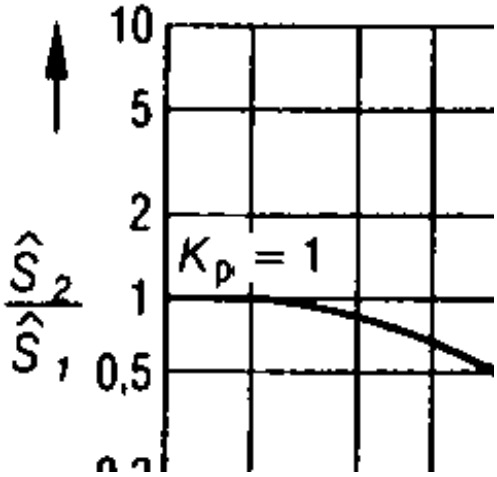
Odpowiedź obiektu pierwszego rzędu charakteryzuje się zwykle opóźnieniem (Rys. 5.).



Rys. 5. Odpowiedź skokowa obiektu pierwszego rzędu

Najczęściej obiekty takie cechują się pewnym proporcjonalnym wzmocnieniem sygnału, dlatego też na wyjściu można oczekiwać sygnału dążącego do pewnej wartości K innej niż 1. Znanym jest również fakt, że sygnał wyjściowy nie osiąga wartości określonej w sygnale wejściowym. Przyjmuje się, że po czasie t = 3T osiągany jest poziom sygnału wyjściowego, który w kolejnych chwilach czasowych ulega niewielkim zmianom. Wartość współczynnika wzmocnienia K można wyznaczyć na podstawie obserwacji poziomu sygnału wyjściowego i odniesienie go do wartości skoku sygnału wejściowego.

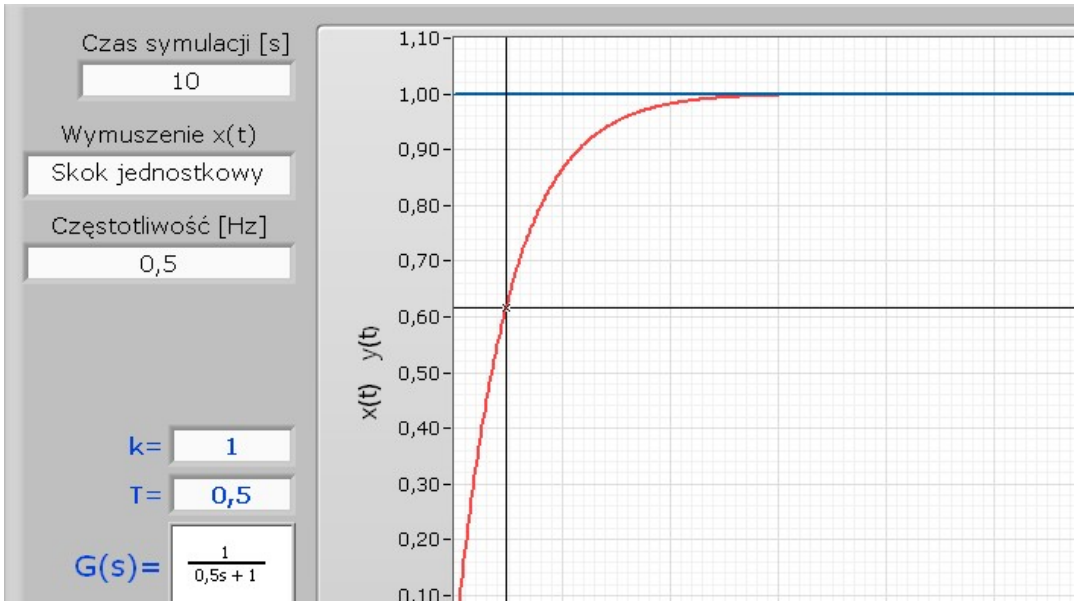
W przypadku zastosowania wymuszenia sinusoidalnego można zauważyć, że obiekty tego typu będą podążały za zmianami wymuszenia pod warunkiem, że częstość zmian sygnału wejściowego **ω** będzie odpowiednio mała. W innym przypadku obiekt nie zdąży osiągnąć wartości amplitudy sygnału wejściowego, a w tym czasie nastąpi już zmiana wymuszenia. Można się spodziewać, że wzrost częstości sygnału wejściowego będzie skutkował zmniejszaniem się amplitudy sygnału wyjściowego (Rys. 6.). Częstość sprzęgającą wyznacza się jako $\boldsymbol{\omega_0 = 1/T}$.



Rys. 6. Charakterystyka amplitudowa obiektu pierwszego rzędu

5. MODEL SYMULACYJNY OBIEKTU PIERWSZEGO RZĘDU

Do symulacji pracy obiektu wykorzystano środowisko LabVIEW.



Rys. 7. Program symulacyjny

Główną część stanowi wykres przedstawiający wymuszenie obiektu x(t) oraz odpowiedź obiektu y(t). Dostępny jest kursor związany z wykresem odpowiedzi – po uchwyceniu kursorem myszy można go przesuwać wzdłuż wykresu y(t). U dołu widoczne są aktualne współrzędne położenia kursora: *czas* i *wartość odpowiedzi*.

Pole *Czas symulacji* pozwala na zmianę zakresu czasowego objętego wykresem.

Pole *Wymuszenie x(t)* pozwala wybrać jedną z trzech postaci sygnału wejściowego x(t).

Pole *Częstotliwość* odnosi się do wymuszeń sinusoidalnych i prostokątnych. Amplituda wymuszenia domyślnie została określona jako **1**.

Analizowany obiekt jest opisywany za pomocą funkcji transmitancji określonej wzorem (5). Wprowadzenie parametrów odbywa się w odpowiednich polach ***k*** oraz ***T***. Po uruchomieniu programu funkcja transmitancji zostanie wyświetlona.

Przed uruchomieniem programu należy wprowadzić odpowiednie dane, zależnie od wykonywanego zadania, a następnie uruchomić program za pomocą polecenia menu głównego ***Operate/Run*** (kombinacja klawiszy **CTRL+R**) lub naciśnięcie ikony ze strzałką, która znajduje się w lewym górnym rogu programu.

W tym momencie możliwe jest operowanie kursorem wykresu i odczytywanie poszukiwanych wartości.

Aby zapisać wykres do pliku graficznego należy w obszarze wykresu kliknąć prawym klawiszem myszy, wybrać opcję *Export/Export Simplified image.* W otwartym oknie zaznaczyć pola *Bitmap (.bmp)* oraz *Save to file*, wybrać lokalizację zapisu pliku i podać jego nazwę. Klawisz *Koniec odczytów* kończy pracę programu.

6. PRZEBIEG ĆWICZENIA

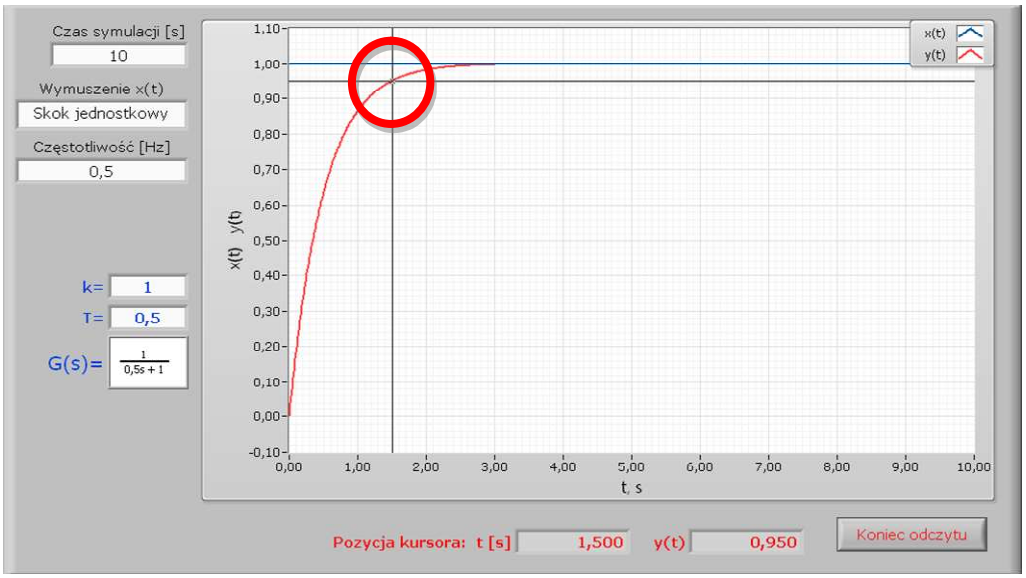
6.1. Badanie odpowiedzi skokowej

W celu przeprowadzenia analizy odpowiedzi skokowej należy ustawić następujące parametry:

Wymuszenie x(t) = Skok jednostkowy
Częstotliwość – bez znaczenia
k, T – zadane przez prowadzącego.

1. Uruchomić program, zapisać funkcję transmitancji G(s), zapisać wykres.
2. Odczytać wartość sygnału **$y(t)=y_{UST}$** w stanie ustalonym ustawiając kursor wykresu w części, w której obserwuje się stabilną wartość sygnału y(t).
3. Oczytać czas ustalania **t_U**, przyjmując, że jest to czas, po którym wartość sygnału **$y(t_U)=0{,}95\cdot y_{UST}$ (95%)**. W tym celu należy obliczyć poszukiwaną wartość **$y(t_U)$**, przesuwać kursor wzdłuż wykresu i odszukać wartość najbliższą. Zanotować czas **t_U**.
4. Powtórzyć symulację dla kilku wybranych wartości **k_i** przy **T=const**, oraz wybranych wartości **T_i** przy **k=const**.

UWAGA:
Aby uzyskać wykres o odpowiedniej dokładności należy zmienić czas symulacji.



Rys. 8. Przykład symulacji: **$y_{UST}=1$, $y(t_U)=0{,}95\cdot y_{UST}=0{,}95 \rightarrow t_U=1{,}5$ s**

6.2. Badanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej.

Charakterystykę częstotliwościową określa się poprzez badanie amplitudy $A_{y(t)}$ odpowiedzi obiektu na wymuszenie w postaci sygnału sinusoidalnego przy zmieniających się częstotliwościach sygnału wymuszającego x(t) (Tabela1). Należy pamiętać, że amplituda sygnału wejściowego jest $A_{x(t)}=1$.

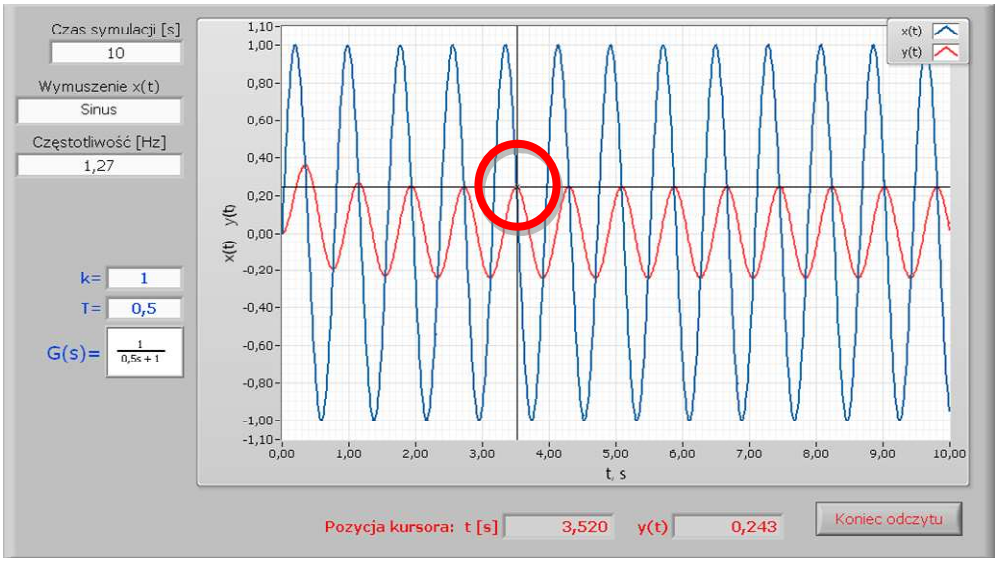
Tabela. 1 Częstotliwość sygnału wymuszającego x(t)

x(t) **f, Hz**	**$A_{y(t)}$**
0,16	
0,32	
0,48	
0,64	
1,27	
2,55	
3,82	
5,09	

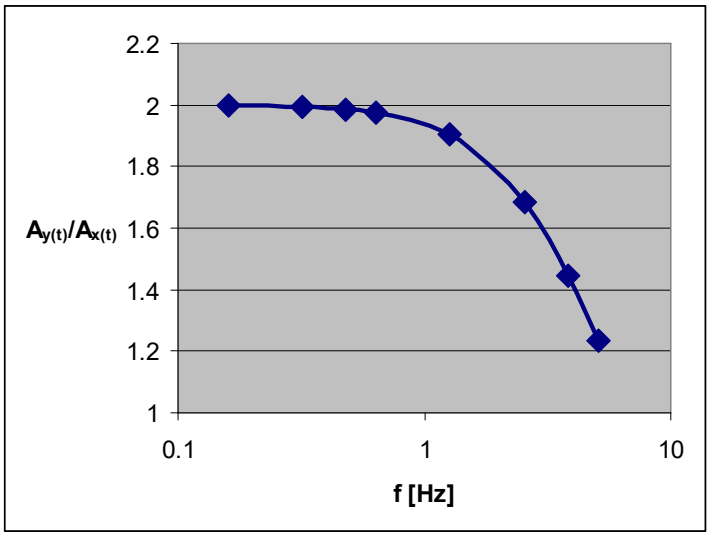
Aby wykonać wykres charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej należy wprowadzić następujące parametry:

Wymuszenie x(t) = Sinus
Częstotliwość – według Tabeli 1.
k, T – zadane przez prowadzącego.

1. Odczytać wartość szczytową dla wybranego piku sygnału y(t) (Rys.9).
   Wyniki odczytów zapisać w tabeli.
2. Powtórzyć odczyt amplitudy sygnału wyjściowego przy wymuszeniu sygnałem sinuso-idalnym dla częstotliwości jak w Tabeli 1.
3. Przedstawić na wykresie funkcję zmiany stosunku amplitudy sygnału wyjściowego do amplitudy sygnału wejściowego $A_{y(t)}/A_{x(t)}$ w zależności od zmiany częstotliwości f (Rys. 10). Dla zwiększenia czytelności wykresu oś częstotliwości należy przedstawić w skali **logarytmicznej**.



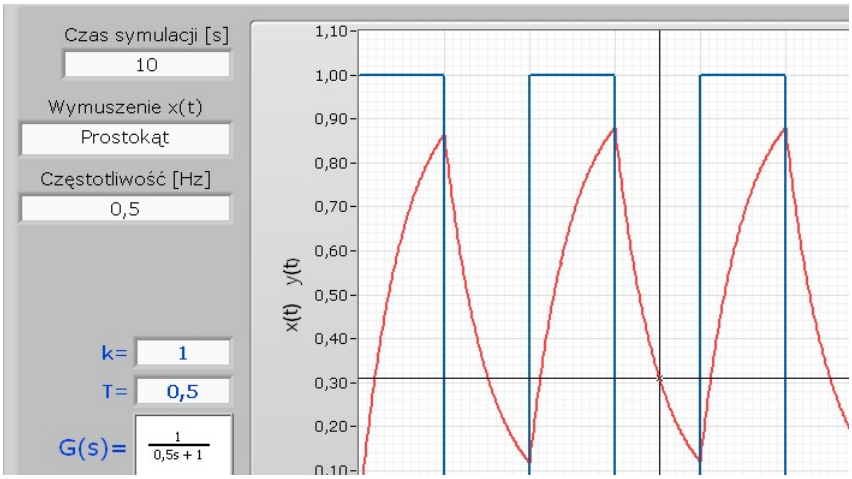
Rys. 9. Przykładowe wyniki symulacji: $\mathbf{A_{y(t)}=y(t=3,52)=0,243}$



Rys. 10. Przykładowa charakterystyka amplitudowa obiektu

6.3. Badanie pracy obiektu przy wymuszeniu sygnałem prostokątnym.

Sygnał wymuszający prostokątny może być traktowany jako cykliczne włączanie i wyłączanie obiektu. Jako rezultat obliczeń powstaje wykres przedstawiający sygnał wymuszenia oraz odpowiedź układu na zadane wymuszenie.



Rys. 11. Przykładowe wyniki symulacji

W celu przeprowadzenia analizy odpowiedzi układu na wymuszenie sygnałem prostokątnym należy ustawić następujące parametry:

Wymuszenie x(t) = Prostokąt
Częstotliwość – według Tabeli 2
k, T – według Tabeli 2.

Tabela 2. Dane do analizy odpowiedzi na wymuszenie w postaci sygnału prostokątnego

Nr zestawu	Stała czasowa T[s]	Wzmocnienie k	Częstotliwości sygnału prostokątnego	
1	0,5	0,5	4,00	0,28
2	0,5	0,75	4,00	0,28
3	0,5	1	4,00	0,28
4	0,5	1,5	4,00	0,28
5	0,5	2	4,00	0,28
6	0,75	2	3,30	0,20
7	0,75	1	3,30	0,20
8	0,75	0,8	3,30	0,20
9	1	1,2	2,00	0,15
10	1	0,75	2,00	0,15
11	1,5	1	1,30	0,10
12	1,5	1,5	1,30	0,10

7. SPRAWOZDANIE

W sprawozdaniu należy zamieścić:

- transmitancję obiektu dla badanych przypadków,
- uzyskane wykresy odpowiedzi skokowej wraz z odczytami,
- tabelę zawierającą dane do wykresu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej,
- wykres tej charakterystyki,
- odpowiedź układu na wymuszenie sygnałem prostokątnym dla dwóch wariantów częstotliwości sygnału x(t).

Otrzymane wyniki i wykresy należy opisać i skomentować.
Pytania pomocnicze do analizy:
1. W jaki sposób wzmocnienie k wpływa na odpowiedź skokową, a w jaki stała czasowa T? Czy te zmiany są proporcjonalne?
2. Jak zachowuje się obiekt przy zmianie częstotliwości sygnału wymuszającego? Jakie jest maksymalne tłumienie sygnału wyjściowego dla zakresu prowadzonych symulacji?
3. Jak częstotliwość sygnału prostokątnego wpływa na odpowiedź układu? Czym można uzasadnić takie zachowanie się obiektu?

LITERATURA
[1] B.Heiman, W.Gerth, K.Popp: Mechatronika: komponenty, metody, przykłady, tł. M. Gawrysiak, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001
[2] M.Gawrysiak: Mechatronika i projektowanie mechatroniczne, Rozprawy Naukowe Nr 44, Polit. Białostocka, Białystok, 1997
[3] J.Giergiel, T.Uhl: Identyfikacja układów mechanicznych, PWN, Warszawa, 1990
[4] K. Mańczak: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania, WNT, Warszawa, 1971
[5] A.Afonin, P. Szymczak: Mechatronika, Skrypt Politechniki Szczecińskiej,Szczecin, 2001